

文章编号: 2095-2163(2020)10-0141-04

中图分类号: F832.5

文献标志码: A

# 参数法和非参数法 VaR 模型在股市风险中的比较研究 ——基于沪深 300 指数的实证研究

岳昊敏, 孙英隽

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

**摘要:** VaR 作为风险度量运用最广泛的工具, 测度方法也越来越得到投资者重视。在各种对于 VaR 的测度方法的概念与原理之上, 基于多种不同的假设进行实证分析。研究得出, 滑动窗口为 250 的加权历史模拟法在 1% 的置信度下, 以及基于正态分布的 NGARCH 模型在 5% 的置信区间下, 可以很好的对 VaR 进行测度。最后通过 GARCH 模型与 EVT 模型及蒙特卡洛模型的结合, 提出了关于计算未来 VaR 新的度量方法, 给予风险管理者更加直观的投资意见。

**关键词:** 加权历史模拟法; NGARCH 模型; EVT 模型; 蒙特卡洛模型

## A comparative study on the application of parametric and non-parametric VaR models in stock market risk——Empirical Study Based on Shanghai-Shenzhen 300 Index

YUE Haomin, SUN Yingjun

(School of Management, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**[Abstract]** For risk measurement, as the most practical tool and its measurement method, VaR has been paid more and more attention by investors, recently. Based on a variety of different assumptions, empirical analysis concluded that the weighted historical simulation method with sliding window of 250 can measure VaR well at 1% confidence level and the NGARCH model based on normal distribution at 5% confidence level. Finally, through the combination of GARCH model, EVT model and Monte Carlo model, this paper puts forward a new measurement method for future VaR and gives risk managers more intuitive investment advice.

**[Key words]** Weighted Historical Simulation; NGARCH Model; EVT Model; Monte Carlo Model

### 0 引言

VaR(Value-at-Risk)即“风险价值”模型,于1993年作为度量市场风险的工具而被提出。目前,国内外大部分金融机构均广泛使用 VaR 的方法衡量金融风险。作为一种对于金融市场各类资产风险的度量,它表示在一定概率下,一个金融资产在将来一刻或一段时间区间极大的可能损失值。其数学定义为:在给置信度  $p$  的条件下,如果用对数收益率  $R$  衡量损失, VaR 即满足该式的值:  $\Pr(-R_{pF} > VaR) = p, \Pr(R_{pF} < -VaR) = p$ 。也就是说,金融资产的收益率不小于  $-VaR$  的概率为  $1 - p$ , 小于  $-VaR$  的概率为  $p$ 。如果能准确估计出金融资产未来一段时间内的 VaR, 对于企业做出投资决策有重要意义。

### 1 文献综述

VaR 模型自产生以来已经得到了广泛的发展。朱立芬认为, VaR 模型不仅对风险控制, 甚至是绩效评估及信息披露均是优质的选择<sup>[1]</sup>。Paye<sup>[2]</sup>提及

历史模拟法作为非参数方法, 能够去测度风险。黄剑<sup>[3]</sup>对 HS、WHS 及拔靴法在商业银行利率风险的运行效果进行测度。刘辉等表明, 若波动性变化时传统历史模拟法对市场风险的计算会被高估或低估<sup>[4]</sup>。通过股价、汇率证明, 加权历史模拟法是历史模拟法的改进<sup>[3]</sup>。随着科技的发展, 参数度量方法孕育而生, GARCH 模型的运用也逐步发展。实证表明, 半参数与 GARCH 模型的方法更有效, 对我国证券市场的市场风险能够较好地刻画<sup>[5]</sup>。孙亮等运用 EGARCH、TARCH 等模型, 对上市公司短期海外并购风险进行度量, 度量结果证明 VaR 模型作为风险度量方法的结果可靠性高<sup>[6]</sup>。张琼实证表明 EGARCH、PGARCH 模型能够准确地对中国股市上证指数和道琼斯股票市场指数进行风险度量<sup>[7]</sup>。Madhusudan Karmakar 利用极端价值理论(EVT)估计印度股市的动态风险价值表明, 估计分位数风险度量具有准确性和可靠性<sup>[8]</sup>。谢合亮等提及蒙特卡洛模拟法, 采用抽样产生同均值同方差的随机序

基金项目: 2019 年度上海市社科规划一般课题(2019BJB009); 上海市高原学科建设项目。

作者简介: 岳昊敏(1995-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 互联网金融、金融科技; 孙英隽(1962-), 女, 博士, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向: 金融风险、金融科技。

收稿日期: 2020-05-28

列,克服了在计算非线性资产组合时的缺陷,逐渐成为了一种重要的工具去计算 VaR<sup>[9]</sup>。

本文根据相关文献,选取非参数法中的历史模拟法,并增加指数加权历史模拟法,对于参数法的选择,由于非线性 GARCH 模型可以刻画过去正负扰动的非对称波动率响应。创新性的选择 NGARCH 模型,以正态分布、学生  $t$  分布为假设,研究在不同置信水平下,寻找最优预测模型。采用 NGARCH 模型结合 EVT 模型以及蒙特卡洛模拟法,对于未来一日的 VaR 进行预测,对 VaR 的研究进一步扩展,为金融风险的度量提供现实依据。

## 2 测度方法与模型

### 2.1 非参数法

#### 2.1.1 历史模拟法(Historical Simulation)

历史模拟法通过每次取一定长度的历史数据作为样本,将样本的分布看作是整体分布。在置信度  $p$  下,只需要找到这些历史数据的  $p$  分位数,以这些历史数据的  $p$  分位数就可以表示 VaR。即:

$$VaR_{t+1}^p = - \text{Percentile}(\{R_{PF,t+1-\tau}\}_{\tau=1}^m, 100p)。$$

#### 2.1.2 加权历史模拟法(Weighted Historical Simulation)

加权历史模拟法(WHS)认为距离当天越近的数据,对于当天影响更大,应该赋予更高的权重。对过去收益率选取  $m$  个样本,样本分配的概率权重呈指数下降。权重  $\eta_\tau$  可以表示为:  $\eta_\tau = \{\eta^{\tau-1}(1 - \eta)/(1 - \eta^m)\}_{\tau=1}^m$ , 过去第一天样本被赋予权重  $\eta_1 = (1 - \eta)/(1 - \eta^m)$ 。与历史模拟法相同,WHS 方法通过累计递增收益的权重值达到 100p% 来计算的 VaR 值。

### 2.2 参数法

#### 2.2.1 NGARCH 模型

股票市场的收益率会受到自身残差的影响,从而表现出非对称性。由于收益率条件方差波动的非对称性难以被 GARCH 模型刻画,因此为了刻画这种非对称波动率响应,本文选用 GARCH 组模型——非对称 GARCH 模型(non-linear GARCH)。

NGARCH 模型为:  $\sigma_{t+1}^2 = \omega + \alpha (R_t - \theta \sigma_t)^2 + \beta \sigma_t^2 = \omega + \alpha \sigma_t^2 (z_t - \theta)^2 + \beta \sigma_t^2$ , 其正态性的假设设为:  $R_t = \sigma_t z_t$ , with  $z_t \sim i.i.d.N(0,1)$ 。

通过运用最大化似然函数或对数似然函数,即极大似然估计方法,可以得到模型参数。正态分布下的 VaR 的计算公式为:  $VaR_{t+1}^p = - \sigma_{PF,t+1} \Phi_p^{-1}$ 。

基于  $t$  分布假设的 NGARCH 模型中,假设如下:

$$R_{PF,t+1} = \sigma_{PF,t+1} z_{t+1}, \text{with } z_{t+1} \sim i.i.d.t(d), \text{ where}$$

$$\sigma_{PF,t+1}^2 = \omega + \alpha (R_{PF,t} - \theta \sigma_{PF,t})^2 + \beta \sigma_{PF,t}^2$$

在给定参数精确度下,估计出  $d$  及其它模型参数,随之就可以计算 VaR,公式如下:

$$VaR_{t+1}^p = - \sigma_{PF,t+1} \sqrt{\frac{d-2}{d}} t_p^{-1}(d)。$$

### 2.3 其它模型

#### 2.3.1 EVT 模型

风险的发生服从尖峰厚尾的尾部。EVT 模型也可以称为极值理论,认为尾部既不服从正态分布也不服从  $t$  分布,而是服从广义帕累托分布。即:

$$GPD(y; \xi, \beta) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & \text{if } \xi > 0, \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right) & \text{if } \xi = 0. \end{cases}$$

通过设定一个阀域值  $u$ , 则超出这个值即为尾部。极值部分的分布函数可以表示为:

$$F(y) = 1 - c y^{-\frac{1}{\xi}} = 1 - \frac{T_u}{T} (y/u)^{-1/\xi}$$

其中,  $T$  是样本总量;  $T_u$  是极值个数。从而, VaR 可以表示为:

$$VaR_{t+1}^p = \sigma_{PF,t+1} F_{1-p}^{-1}, F_{1-p}^{-1} = u [p/(T_u/T)]^{-\xi}。$$

#### 2.3.2 GARCH-EVT 模型

通过建立 GARCH 模型可以得到参数并拟合出投资组合的每日的波动率,而 EVT 模型中波动率是所缺失的。因此通过二者的结合,利用 GARCH 中  $\sigma_t$ , 以及 EVT 模型中的  $\xi$ , 即通过公式  $VaR_{t+1}^p = \sigma_{PF,t+1} F_{1-p}^{-1}$  以及  $F_{1-p}^{-1} = u [p/(T_u/T)]^{-\xi}$  的运用,便可以得到需要测算的 VaR 值。

#### 2.3.3 MONTE CARLO 模拟法

蒙特卡洛模拟是一种基于某种统计分布假设的前提下,对可以描述风险因素的变化,进行随机模拟的方法。首先假设某收益率为随机过程,该随机过程根据给定的价格变动,一定量地对于将来可能发生的各种情境进行模拟,最后排序各情况下收益率。在给定收益率的分布情况下,估算不同置信水平下的 VaR 值。

#### 2.3.4 MONTE CARLO-GARCH 模型

假设资产的日收益率序列服从正态分布,从而标准化收益率服从标准正态分布,即  $R_{t+1} = \sigma_{t+1} z_{t+1}$ , with  $z_{t+1} \sim i.i.d.N(0,1)$ 。收益率序列的波动率可以用 GARCH 族模型进行建模。假设波动率服从 GARCH(1,1) 模型,从而可以用标准正态随机数对前一天的标准化收益率  $z$  进行模拟,记模拟次数为

MC。进而可以得到模拟的收益率为  $\hat{R}_{i,t+1} = \sigma_{t+1} z_{i,t}$ 。

### 3 实证分析

本文方法与模型的运用均基于 python3。数据来源于 wind 数据库,以日为单位,选取 2011 年 1 月 4 日到 2019 年 6 月 4 日共 2 046 天的沪深 300 指数

的收盘指数作为本文的实证数据进行研究。收益率选用对数收益率,指数的对数收益率  $R_{t+1}$  的计算公式为:

$$R_{t+1} = \ln V_{t+1} - \ln V_t$$

其中,  $V_t$ 、 $V_{t+1}$  分别为第  $t$  与  $t + 1$  日的收盘指数。

沪深 300 指数对数收益率时序如图 1 所示。

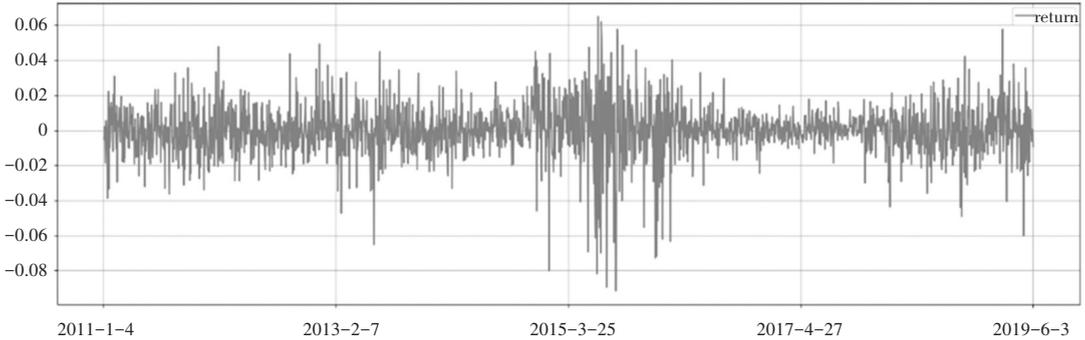


图 1 收益率时序图

Fig. 1 Yield time series

#### 3.1 非参数法

运用历史模拟法 (HS) 以及加权历史模拟法,在 1% 及 5% 显著性下对 VaR 进行测度。选择移动窗口  $m$  分别为 125、250、375。如移动窗口大小为 250 即为一年交易日综合。加权历史模拟法的  $\eta$  应介于

0.95~0.99, 本文设定  $\eta$  为 0.99。在多种  $m$  的选择下,模拟结果见表 1。

通过运行结果可以看出,对于  $m = 250$  时,方法模拟效果最优。同时可以看出,移动窗口为 250,在 1% 的置信度下,加权历史模拟法的效果最优。

表 1 HS 及 WHS 方法实测结果

Tab. 1 Measured results of HS and WHS methods

|    |        | $m = 250$    |              | $m = 125$    |              | $m = 375$    |              |
|----|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|    |        | HS           | WHS          | HS           | WHS          | HS           | WHS          |
| 1% | 失败天数   | 29           | 20           | 33           | 25           | 32           | 20           |
|    | 失败频率   | 0.016 155 99 | 0.011 142 06 | 0.017 187 5  | 0.013 020 83 | 0.019 161 68 | 0.011 976 05 |
|    | LR 统计量 | 5.791 785 12 | 0.228 052 13 | 8.245 853 38 | 1.615 993 13 | 11.162 968 1 | 0.619 533 38 |
| 5% | 失败天数   | 108          | 92           | 111          | 104          | 109          | 87           |
|    | 失败频率   | 0.060 167 13 | 0.051 253 48 | 0.057 812 5  | 0.054 166 67 | 0.065 269 46 | 0.052 095 81 |
|    | LR 统计量 | 58.114 515 7 | 82.263 038 4 | 57.673 876 7 | 77.454 910 4 | 43.270 873 8 | 72.34378     |

#### 3.2 参数法

运用 GARCH 参数法对 VaR 进行测度。选用 GARCH(1, 1) 的 NGARCH 模型进行 VaR 模拟计算。在正态分布、 $t$  分布的不同假设下,参数精度为 0.000 000 1 的设定下,NGARCH 模型进行迭代得到的参数结果见表 2。

表 2 不同模型下参数结果表

Tab. 2 Parameter results under different models

|          | 正态分布     | $t$ 分布   |
|----------|----------|----------|
| $d$      |          | 4.87E+00 |
| $\Omega$ | 7.29E-07 | 7.55E-07 |
| $\alpha$ | 5.59E-02 | 5.79E-02 |
| $\beta$  | 9.43E-01 | 9.77E-01 |
| $\theta$ | 6.13E-02 | 5.56E-02 |

在 1%、5%、10% 不同置信度下的 VaR 测试的结果见表 3。

对于次日一的 VaR 测度,选择所提出的创新方法 NGARCH-EVT 模型、MONTE CARLO-GARCH 模型进行研究。对于 EVT 模型中  $T_u$  大小的选择,参考历史经验  $T_u$  应设定为 50。对于次日一的 VaR 进行测度,MONTE CARLO 的模拟次数 MC 设定为 100000。同样在 NGARCH (正态分布) 以及 NHARCH( $t$  分布) 的模型参数下,获得到相应的次

由表 3 可见,在 5% 置信度下的正态分布 NGARCH 模型,模拟效果最优。经过实证, $t$  分布下的 VaR 测度过于保守,尽管得到了避免投资损失的目的,但是相对而言,此时资金的持有成本过高,不利于投资机构或者投资者的操作灵活度,存在一定的局限性。

一日的 VaR。同时历史模拟法及加权历史模拟法这两种非参数度量方法,也能估计次日日的 VaR 值。在得到次日 VaR 之后,便能够对未来一日的风险

进行有效的管理。

综上所述,各方法在 1%、5%置信度下的次日 VaR 预测结果见表 4。

表 3 NGARCH 不同假设下测度效果

Tab. 3 Measurement effect under different assumptions of NGARCH

| NGARCH  | 1%   |              |              | 5%   |              |              | 10%  |              |              |
|---------|------|--------------|--------------|------|--------------|--------------|------|--------------|--------------|
|         | 失败天数 | 失败频率         | LR 统计量       | 失败天数 | 失败频率         | LR 统计量       | 失败天数 | 失败频率         | LR 统计量       |
| 正态分布    | 41   | 0.020 048 9  | 16.127 218 7 | 89   | 0.043 520 78 | 1.900 152    | 166  | 0.081 173 59 | 8.592 620 25 |
| 学生-t 分布 | 4    | 0.001 955 99 | 19.979 791 9 | 33   | 0.016 136 92 | 66.299 349 3 | 74   | 0.036 185 82 | 19.599 373   |

表 4 不同模型下次日 VaR 预测

Tab. 4 VaR forecast results of different models on the next day

| 模型      | 未来一日 VaR(绝对值) |              |              |
|---------|---------------|--------------|--------------|
|         | 1%            | 5%           |              |
| m = 250 | HS            | 0.042 287 8  | 0.023 365 25 |
|         | WHS           | 0.049 179 75 | 0.023 324    |
| NGARCH  | 正态分布          | 0.036 454 5  | 0.025 775 3  |
|         | 学生-t 分布       | 0.060 978 75 | 0.043 115 27 |
|         | EVT           | 0.043 376 26 | 0.027 911 04 |
|         | MC            | 0.036 515 88 | 0.025 805 05 |

4 结束语

通过运用非参数法、参数法对 VaR 进行测度结果表明:针对 VaR 的计算,参数法中加权历史模拟法,准确性更高,更具有实际意义,是一种更适合 VaR 的风险测度的方法。其次,尽管金融数据具有尖峰厚尾的情况,但通过使用沪深 300 指数,对于该指数收益率的测度后发现,NGARCH 模型正态分布假设下的 VaR 效果优于 t 分布。t 分布下对于 VaR 的预测过于保守,会导致投资者的资金的持有成本较高,不利于投资者资金的流动以及操作灵活性。因此,在计算 VaR 的参数法上,可以采用正态分布假设下的 NGARCH 模型。在 EVT、MONTE-CARLO 对于金融数据的模拟同样有效的基础上,通过分别将此两种测度方法与 NGARCH 模型结合,进一步通过提出并使用 GARCH-EVT MONTE-CARLO-GARCH 的新方法,对次日日的 VAR 进行预测,均得到了 VaR 相应的结果,说明这二种方法都可以对金融风险进行预测并效果显著。在预测次日 VaR

的结果上,GARCH-EVT、MONTE-CARLO-GARCH 模型与 2 种历史模拟法、正态分布及学生 t 分布下的 NGARCH 模型综合对比,得到次日日的 VAR 风险值,给予投资者预测投资信息以及投资风险警示。本文对于 VaR 的测度进行了相应的扩展,为今后的 VaR 的准确性以及资金的持有,提供了具有更高把握的方法,对于将来的 VaR 测度有了更好的理论支持以及发展前景。

参考文献

[1] 朱立芬. VAR 技术在金融风险中的应用[J]. 上海金融, 2006(4):76-77.

[2] BRADLEY S. Paye. Review of elements of financial risk management, by Peter F. Christoffersen ( Second edition, Academic Press, 2011) [J]. International Review of Economics and Finance, 2013, 25.

[3] 黄剑. 历史模拟法诸模型的比较研究[J]. 金融研究, 2010(11):180-188.

[4] 刘辉,姚海祥,马庆华. 波动性变化下的 VaR 历史模拟法实证研究[J]. 运筹与管理, 2017, 26(12):112-118.

[5] 江涛. 基于 GARCH 与半参数法 VaR 模型的证券市场风险的度量和分析:来自中国上海股票市场的经验证据[J]. 金融研究, 2010(6):103-111.

[6] 孙亮,刘艳春. 基于拓展 VaR 模型的我国上市公司短期海外并购风险度量研究[J]. 数理统计与管理, 2018, 37(4):741-752.

[7] 张琼,黄旭东,林雪勤. 参数法、半参数法的动态 VaR 模型风险度量[J]. 统计与决策, 2016(23):15-20.

[8] Madhusudan Karmakar. Estimation of tail-related risk measures in the Indian stock market: An extreme value approach[J]. Review of Financial Economics, 2013, 22(3).

[9] 谢合亮,黄卿. 基于蒙特卡洛方法的金融市场风险 VaR 的算法分析[J]. 统计与决策, 2017(15):157-162.

(上接第 140 页)

[5] 张建鹏. 钢轨的振动及其模态分析[J]. 城市轨道交通研究, 2013, 16(4):74-76.

[6] 王集. 压剪式橡胶隔振器力学特性研究[D]. 西南交通大学, 2015.

[7] 赵俊康,王安斌,高晓刚,等. 双层非线性减振构件刚度及其影响因素研究[J/OL]. 铁道标准设计:1-6[2020-04-13]. https://doi.org/10.13238/j.issn.1004-2954.201905070003.

[8] 范永庆,潘宏侠. 基于 ANSYS 某车体的有限元模态分析[J]. 机

械管理开发, 2009, 24(5):18-19.

[9] 李栋. 铁路车辆轴盘制动摩擦噪声发生趋势的研究[D]. 西南交通大学, 2014.

[10] 张骄,高小平,李熙,等. 基于试验模态分析的某型动车组齿轮箱有限元模态分析研究[J]. 机电工程, 2015, 32(7):958-961.

[11] 王强,赵又群,林棻,等. 机械弹性车轮有限元计算与试验模态的相关性研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2017, 38(1):86-93.